Exámenes de Selectividad

Física. Cataluña 2020, Ordinaria

mentoor.es

Problema 1. Ondas

Freddie Mercury ha passat a la història com una de les millors veus del rock. La seva màgica veu ha estat objecte de discussió i estudi, també per a la ciència. El biofísic austríac Christian Herbst va estudiar la veu del cantant de Queen i va determinar que Mercury era un baríton amb un registre vocal que anava del fa 2 (al voltant de $92,2$ Hz) al sol 5 (al voltant de 784 Hz).

a) **Calculeu les longituds d'ona dels sons més greus i més aguts que Mercury podia emetre.**

b) **L'any 1985, Queen va actuar al festival Rock in Rio, en un concert que va aplegar unes 350 000 persones. En un moment de molta emoció, els assistents van començar a cantar *a cappella* la famosa cançó *Love of my life*. Si cada assistent al concert cantava amb una potència de 10^{-7} W, quin nivell d'intensitat sonora (en decibels) es podia percebre a 1 km del concert? (A aquesta distància, podeu considerar que el concert és una font puntual de so.)**

Dades:
$I_0 = 10^{-12}$ W/m^2.
La velocitat del so en l'aire és de 340 m/s.

Solución:

a) **Calculeu les longituds d'ona dels sons més greus i més aguts que Mercury podia emetre.**

La longitud de onda (λ) de una onda sonora se relaciona con la velocidad del sonido (v) y la frecuencia (f) mediante la siguiente fórmula:

$$\lambda = \frac{v}{f},$$

donde $v = 340$ m/s es la velocidad del sonido en el aire y f es la frecuencia del sonido. La frecuencia máxima emitida por Mercury es $f_{\text{máx}} = 784$ Hz. Aplicando la fórmula:

$$\lambda_{\text{mín}} = \frac{340 \text{ m/s}}{784 \text{ Hz}} = 0{,}43 \text{ m}.$$

La frecuencia mínima emitida por Mercury es $f_{\text{mín}} = 92{,}2$ Hz. Aplicando la fórmula:

$$\lambda_{\text{máx}} = \frac{340 \text{ m/s}}{92{,}2 \text{ Hz}} = 3{,}69 \text{ m}.$$

Por lo tanto, la solución es:
- **La longitud de onda más aguda que Mercury podía emitir es $\boldsymbol{\lambda_{\text{mín}} \approx 0{,}43}$ m.**
- **La longitud de onda más grave que Mercury podía emitir es $\boldsymbol{\lambda_{\text{máx}} \approx 3{,}69}$ m.**

b) **L'any 1985, Queen va actuar al festival Rock in Rio, en un concert que va aplegar unes 350 000 persones. En un moment de molta emoció, els assistents van començar a cantar *a cappella* la famosa cançó *Love of my life*. Si cada assistent al concert cantava amb una potència de 10^{-7} W, quin nivell d'intensitat sonora (en decibels) es podia percebre a 1 km del concert? (A aquesta distància, podeu considerar que el concert és una font puntual de so.)**

Tenemos los siguientes datos:
- Número de asistentes: $N = 350\,000$.
- Potencia por asistente: $P_{\text{asistente}} = 10^{-7}$ W.
- Distancia: $r = 1$ km $= 1000$ m.
- Intensidad sonora de referencia: $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2.

Considerando que el concierto es una fuente puntual, la energía se distribuye uniformemente en una esfera con radio r:

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi(1000\ \text{m})^2 = 4\pi \cdot 10^6\ \text{m}^2 = 1{,}26 \cdot 10^7\ \text{m}^2.$$

Cálculo de la potencia total emitida (P_{total}):

$$P_{\text{total}} = N \cdot P_{\text{asistente}} = 350\,000 \cdot 10^{-7}\ \text{W} = 3{,}50 \cdot 10^{-2}\ \text{W}.$$

Cálculo de la intensidad sonora (I) a 1 km:

$$I = \frac{P_{\text{total}}}{A} = \frac{3{,}50 \cdot 10^{-2}\ \text{W}}{1{,}26 \cdot 10^7\ \text{m}^2} = 2{,}78 \cdot 10^{-9}\ \text{W/m}^2.$$

Cálculo del nivel de intensidad sonora (β) en decibelios:

$$\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{2{,}78 \cdot 10^{-9}\ \text{W/m}^2}{10^{-12}\ \text{W/m}^2}\right) = 10 \cdot \log(2780) = 10 \cdot 3{,}44 = 34{,}4\ \text{dB}.$$

Por lo tanto, el nivel de intensidad sonora percibido a 1 km del concierto es 34,4 dB.

Problema 2. Campo Electromagnético

Durant una tempesta cau un llamp pel qual circula un corrent elèctric de 400 kA. Suposeu que la intensitat del corrent del llamp és constant durant els 50 μs que dura.

a) **Quina és la càrrega elèctrica total que ha transportat aquest llamp? Quin és el camp magnètic que crea aquest corrent a una distància de 100 m?**
b) **Quina força magnètica actua sobre una partícula carregada que es troba en repòs a aquesta mateixa distància? Justifiqueu la resposta.**

Dades:
$\boldsymbol{\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}}$ **T·m/A.**
$\boldsymbol{|e| = 1,602 \times 10^{-19}}$ **C.**
La intensitat del camp magnètic creat per un corrent rectilini és $\boldsymbol{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$**, en què** $\boldsymbol{r}$ **és la distància al corrent.**

Solución:

a) **Quina és la càrrega elèctrica total que ha transportat aquest llamp? Quin és el camp magnètic que crea aquest corrent a una distància de 100 m?**

La carga eléctrica total transportada por el rayo se calcula utilizando la relación entre la corriente (I) y el tiempo (t):

$$Q = I \cdot t,$$

donde $I = 400$ kA $= 4 \cdot 10^5$ A es la intensidad de la corriente y $t = 50$ μs $= 5 \cdot 10^{-5}$ s es la duración de la corriente. Sustituyendo los valores:

$$Q = 4 \cdot 10^5 \text{ A} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \text{ s} = 20 \text{ C}.$$

El campo magnético creado por una corriente rectilínea se calcula mediante la ley de Ampère:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r},$$

donde:
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m/A es la permeabilidad del vacío,
- $I = 4 \cdot 10^5$ A es la intensidad de la corriente,
- $r = 100$ m es la distancia al conductor.

Sustituyendo los valores:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T·m/A} \cdot 4 \cdot 10^5 \text{ A}}{2\pi \cdot 100 \text{ m}} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ T}.$$

Por lo tanto, la solución es:
- **La carga eléctrica total transportada por el rayo es** $\boldsymbol{Q = 20}$ **C.**
- **El campo magnético creado por este rayo a una distancia de 100 m es** $\boldsymbol{B = 8 \cdot 10^{-4}}$ **T.**

b) **Quina força magnètica actua sobre una partícula carregada que es troba en repòs a aquesta mateixa distància? Justifiqueu la resposta.**

La fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada se calcula mediante la ley de Lorentz:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}),$$

donde:
- q es la carga de la partícula,
- $\vec{v}$ es la velocidad de la partícula,

– $\vec{B}$ es el campo magnético.

En este caso, la partícula está en reposo, por lo que $\vec{v} = 0$. Entonces,

$$\vec{F} = q(\vec{0} \cdot \vec{B}) = \vec{0}.$$

Dado que la partícula no está en movimiento, no existe una componente de velocidad que interactúe con el campo magnético para generar una fuerza. La fuerza magnética únicamente actúa sobre partículas cargadas que tienen una velocidad relativa respecto al campo magnético.

Por lo tanto, la fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada en reposo a una distancia de 100 m es $\vec{F} = 0$ N. Esto se debe a que la fuerza magnética requiere que la partícula tenga una velocidad para interactuar con el campo magnético.

Problema 3. Campo Gravitatorio

La sonda solar Parker (en anglès, Parker Solar Probe) és una nau espacial en òrbita al voltant del Sol que té com a objectiu acostar-se molt a la superfície solar. La gràfica següent mostra com varia la distància de la nau respecte al Sol al llarg dels primers 1 000 dies de missió i indica els instants A, B i C. Les unitats emprades per a mesurar la distància a la superfície del Sol són radis solars, R_S.

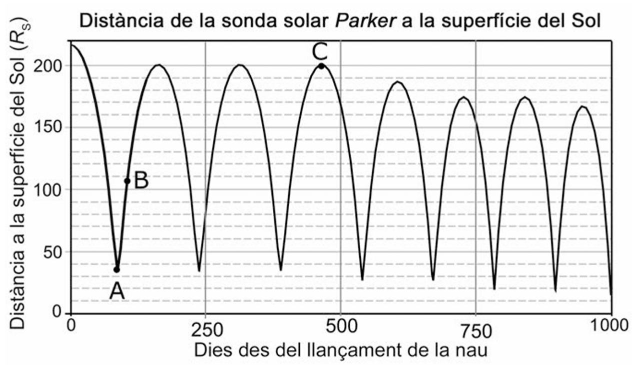


Figure 1: Font: `http://parkersolarprobe.jhuapl.edu`

a) **Observeu a la gràfica els moments de màxim acostament al Sol de cada òrbita i determineu quantes voltes completes ha fet la nau al voltant del Sol en aquests 1 000 dies. Quant mesura l'eix major de l'òrbita entre els moments A i C? (Doneu el resultat en radis solars.)**

b) **Representeu esquemàticament el Sol i l'òrbita de la nau entre els moments A i C. Indiqueu sobre el dibuix les posicions corresponents a A, B i C. Situeu la nau en la posició B i dibuixeu en aquest instant els vectors velocitat i acceleració de la nau (no cal calcular-ne els mòduls). En quina posició la velocitat de la nau és màxima? Justifiqueu la resposta i indiqueu el principi físic en què us baseu.**

Solución:

a) **Observeu a la gràfica els moments de màxim acostament al Sol de cada òrbita i determineu quantes voltes completes ha fet la nau al voltant del Sol en aquests 1 000 dies. Quant mesura l'eix major de l'òrbita entre els moments A i C? (Doneu el resultat en radis solars.)**

De la gráfica proporcionada, se observa que durante los primeros 1 000 días de misión, la sonda Parker ha completado 7 órbitas completas alrededor del Sol. Cada órbita completa corresponde a un ciclo completo de acercamiento y alejamiento del Sol.

Observando la gráfica, los momentos de máximo acercamiento al Sol (pericentro) y máximo alejamiento (apocentro) se identifican como puntos A y C, respectivamente. La distancia mínima al Sol en el pericentro es de $35\,R_S$ y la distancia máxima en el apocentro es de $200\,R_S$. Además, considerando el diámetro del Sol, que es $2\,R_S$, la longitud total del eje mayor de la órbita se calcula de la siguiente manera:

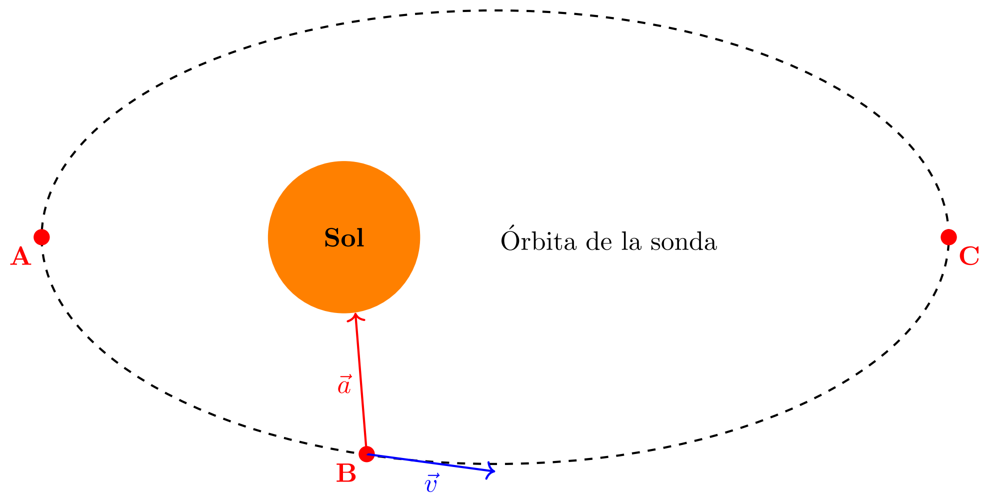
$$\begin{aligned}\text{Longitud del eje mayor} &= \text{Distancia máxima} + \text{Distancia mínima} + \text{Diámetro del Sol}\\ &= 200\,R_S + 35\,R_S + 2\,R_S = 237\,R_S.\end{aligned}$$

Por lo tanto, la solución es:

– **La sonda Parker ha completado 7 órbitas completas alrededor del Sol en los primeros 1 000 días de misión.**
– **La longitud del eje mayor de la órbita entre los momentos A y C es 237 R_S.**

b) **Representeu esquemàticament el Sol i l'òrbita de la nau entre els moments A i C. Indiqueu sobre el dibuix les posicions corresponents a A, B i C. Situeu la nau en la posició B i dibuixeu en aquest instant els vectors velocitat i acceleració de la nau (no cal calcular-ne els mòduls). En quina posició la velocitat de la nau és màxima? Justifiqueu la resposta i indiqueu el principi físic en què us baseu.**

Representación esquemática de la órbita:



La velocidad de la nave es máxima en el punto más cercano al Sol, es decir, en el pericentro (punto A). Esto se debe al principio de *conservación de la energía mecánica*. En una órbita elíptica, cuando la nave se acerca al Sol, la energía potencial gravitatoria disminuye (se vuelve más negativa) y, para conservar la energía mecánica total, la energía cinética debe aumentar, lo que resulta en una mayor velocidad. Además, según la *segunda ley de Kepler* (ley de las áreas), la línea que une una nave y el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales, lo que implica que la velocidad es mayor cuando la nave está más cerca del Sol.

Por lo tanto, la solución es:
– **En el esquema, se observa la órbita elíptica con el Sol en uno de sus focos. Las posiciones A, B y C corresponden a diferentes puntos de la órbita, siendo A el pericentro (punto más cercano) y C el apocentro (punto más alejado).**
– **En la posición B, ubicada en el punto medio de la órbita, se muestran los vectores velocidad ($\vec{v}$) y aceleración ($\vec{a}$) de la nave.**
– **La velocidad de la nave es máxima en la posición A, el pericentro, debido a la conservación de la energía mecánica y a la segunda ley de Kepler.**

Problema 4. Campo Electromagnético

Dues esferes iguals de 20 g de massa pengen cadascuna d'un fil de 50 cm de llarg, tal com mostra la figura. Totes dues esferes tenen càrregues elèctriques iguals, però de signe contrari. A causa de l'atracció elèctrica que hi ha entre les esferes, els fils formen un angle de 15° amb la vertical. En aquesta configuració, la distància entre les esferes és de 10 cm.

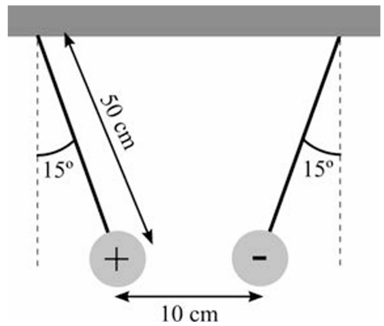


Figure 2: Esquema de les esferes carregades.

a) **Calculeu el mòdul de la força elèctrica entre les esferes i el valor de les seves càrregues elèctriques.**
b) **Si retiréssim la càrrega positiva, quin camp hauríem de crear al voltant de la càrrega negativa perquè aquesta última no canviés de posició? Indiqueu-ne el mòdul i representeu esquemàticament la direcció i el sentit que tindria. Com hauria de ser aquest camp si, en lloc de retirar la càrrega positiva, retiréssim la càrrega negativa?**

Dada: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9$ **N·m²/C².**
Nota: Suposeu que les dues càrregues són puntuals.

Solución:

a) **Calculeu el mòdul de la força elèctrica entre les esferes i el valor de les seves càrregues elèctriques.**

En equilibrio, las fuerzas que actúan sobre cada esfera son:
- La tensión en el hilo (T) con componentes vertical y horizontal.
- La fuerza gravitatoria ($F_g = m \cdot g$) hacia abajo.
- La fuerza eléctrica (F_e) de atracción hacia la otra esfera.

Las componentes de la tensión son:

$$T \cdot \sin(\theta) = F_e \quad \text{(componente horizontal)},$$

$$T \cdot \cos(\theta) = m \cdot g \quad \text{(componente vertical)}.$$

Dividiendo ambas ecuaciones:

$$\tan(\theta) = \frac{F_e}{m \cdot g}.$$

Despejando F_e:

$$F_e = m \cdot g \cdot \tan(\theta),$$

donde:
- $m = 20$ g $= 0{,}02$ kg,
- $g = 9{,}81$ m/s^2,
- $\theta = 15°$.

Sustituyendo los valores:

$$F_e = 0{,}02 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2 \cdot \tan(15°) = 0{,}0526 \text{ N}.$$

Aplicando la Ley de Coulomb:

$$F_e = \frac{k \cdot q^2}{d^2}.$$

Despejando q:

$$q = \sqrt{\frac{F_e \cdot d^2}{k}},$$

donde $k = 8,99 \cdot 10^9$ N·m^2/C^2 y $d = 10$ cm $= 0{,}1$ m. Sustituyendo los valores:

$$q = \sqrt{\frac{0{,}0526 \text{ N} \cdot (0{,}1 \text{ m})^2}{8,99 \cdot 10^9 \text{ N·m}^2/\text{C}^2}} = 2,42 \cdot 10^{-7} \text{ C}.$$

Por lo tanto, la solución es:
- **El módulo de la fuerza eléctrica entre las esferas es $F_e = 0{,}0526$ N.**
- **Las cargas eléctricas de cada esfera son $q = 2,42 \cdot 10^{-7}$ C.**

b) Si retiréssim la càrrega positiva, quin camp hauríem de crear al voltant de la càrrega negativa perquè aquesta última no canviés de posició? Indiqueu-ne el mòdul i representeu esquemàticament la direcció i el sentit que tindria. Com hauria de ser aquest camp si, en lloc de retirar la càrrega positiva, retiréssim la càrrega negativa?

Para que la carga negativa no se mueva, el campo eléctrico externo debe equilibrar la fuerza eléctrica interna. Es decir:

$$F_e = q \cdot E.$$

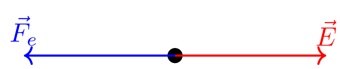
Despejando E:

$$E = \frac{F_e}{q} = k\frac{q}{d^2}.$$

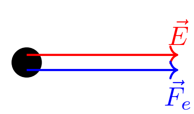
Sustituyendo los valores:

$$E = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N·m}^2 \cdot \frac{2,42 \cdot 10^{-7} \text{ C}}{(0,1 \text{ m})^2} = 2,17 \cdot 10^5 \text{ N/C}.$$

Cuando retiramos la carga positiva, solo queda la carga negativa. Para equilibrar la fuerza eléctrica de atracción que ejercía la carga positiva, el campo eléctrico debe ser horizontal y dirigido en sentido opuesto a la fuerza eléctrica original. Representación esquemática:



Si retiramos la carga negativa, el campo eléctrico debe ser horizontal y dirigido en el mismo sentido que la fuerza eléctrica original:



Por lo tanto, la solución es:
- **El campo eléctrico necesario para mantener la carga negativa en posición es $E = 2,17 \cdot 10^5$ N/C, dirigido horizontalmente y opuesto a la fuerza eléctrica original.**
- **Si se retira la carga negativa en lugar de la positiva, el campo eléctrico necesario sería de la misma magnitud pero dirigido en sentido opuesto para equilibrar la nueva configuración.**

Problema 5. Física Moderna

El $^{14}_{6}C$ es produeix a l'atmosfera per l'acció dels raigs còsmics. Aquest isòtop és inestable i va decaient a $^{14}_{7}N$ mitjançant un procés de desintegració β, amb un període de semidesintegració de 5 730 anys. La proporció de ^{14}C respecte al ^{12}C que hi ha a l'atmosfera és constant al llarg del temps. Els éssers vius assimilen el CO_2 de l'atmosfera sense distingir si es tracta de ^{12}C o de ^{14}C, i ho fan en la proporció en què aquests isòtops es troben de manera natural a l'atmosfera. Quan moren, els éssers deixen d'assimilar CO_2 i, a partir d'aquest moment, la quantitat de ^{14}C va decaient.

a) **Escriviu la reacció que correspon al decaïment del ^{14}C a ^{14}N. Incloeu-hi, si escau, els antineutrins.**
b) **Si una mostra d'una fusta utilitzada en un sarcòfag presenta una proporció de $^{14}_{6}C$ de només el 58 % respecte a la proporció que hi ha a l'atmosfera, trobeu quina és l'antiguitat del sarcòfag.**

Solución:

a) **Escriviu la reacció que correspon al decaïment del ^{14}C a ^{14}N. Incloeu-hi, si escau, els antineutrins.**

La reacción de desintegración β del $^{14}_{6}C$ es la siguiente:

$$^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow\, ^{14}_{7}\mathrm{N} +^{0}_{-1} e +^{0}_{0} \overline{\nu}_e.$$

Es importante incluir el antineutrino $\overline{\nu}_e$ en la reacción para conservar el número leptonico.

Por lo tanto, la reacción de desintegración β del $^{14}_{6}C$ es la siguiente:

$$\boldsymbol{^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow\, ^{14}_{7}\mathrm{N} +^{0}_{-1} e +^{0}_{0} \overline{\nu}_e.}$$

b) **Si una mostra d'una fusta utilitzada en un sarcòfag presenta una proporció de $^{14}_{6}C$ de només el 58 % respecte a la proporció que hi ha a l'atmosfera, trobeu quina és l'antiguitat del sarcòfag.**

La cantidad de ^{14}C en la muestra disminuye según la ley de decaimiento exponencial:

$$\frac{m(t)}{m_0} = e^{-\lambda t},$$

donde:
- $m(t)$ es la cantidad de ^{14}C en el tiempo t,
- m_0 es la cantidad inicial de ^{14}C,
- λ es la constante de decaimiento,
- $T_{1/2}$ es el período de semidesintegración.

La constante de decaimiento se relaciona con el período de semidesintegración mediante:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

Dado que $T_{1/2} = 5\,730$ años, tenemos:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{5\,730\,\text{años}} = 1,21 \cdot 10^{-4}\,\text{años}^{-1}.$$

Ahora, sabemos que la proporción actual es del 58 %, es decir:

$$\frac{m(t)}{m_0} = 0,58 = e^{-\lambda t}.$$

Aplicando logaritmo natural a ambos lados:

$$\ln(0,58) = -\lambda t \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{\ln(0,58)}{\lambda}.$$

Sustituyendo el valor de λ:

$$t = -\frac{\ln(0,58)}{1,21 \cdot 10^{-4}\,\text{años}^{-1}} = 4\,500\,\text{años}.$$

Por lo tanto, la antigüedad del sarcófago es de aproximadamente 4 500 años.

Problema 6. Campo Gravitatorio

El 1971 l'astronauta David Scott, de la missió Apollo 15, va fer l'experiment següent a la superfície de la Lluna: en una mà hi tenia una ploma de falcó de 30 g de massa i a l'altra mà hi tenia un martell d'alumini d'$1,32$ kg. Els va deixar anar alhora des de la mateixa altura i va comprovar la predicció de Galileu segons la qual en caiguda lliure els dos objectes havien d'arribar simultàniament a terra. Concretament, tots dos objectes van trigar $1,1$ s a recórrer els 100 cm que els separaven del terra.

a) **A partir de l'experiment de David Scott, calculeu la intensitat del camp gravitatori a la superfície de la Lluna i la massa de la Lluna.**
b) **Calculeu el període orbital de la Lluna al voltant de la Terra.**

Dades:
$G = 6,67 \times 10^{-11}$ **N·m²/kg².**
$M_{\text{Terra}} = 5,98 \times 10^{24}$ **kg.**
Distància Terra-Lluna $= 3,84 \times 10^8$ **m.**
$R_{\text{Lluna}} = 1,74 \times 10^6$ **m.**

Solución:

a) **A partir de l'experiment de David Scott, calculeu la intensitat del camp gravitatori a la superfície de la Lluna i la massa de la Lluna.**

Para determinar la intensidad del campo gravitatorio (g) en la superficie de la Luna, utilizamos la ecuación del movimiento de caída libre:

$$s = \frac{1}{2}gt^2,$$

donde $s = 1$ m es la distancia recorrida y $t = 1,1$ s es el tiempo de caída. Despejando g:

$$g = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 1 \text{ m}}{(1,1 \text{ s})^2} = 1,65 \text{ m/s}^2.$$

Ahora, para calcular la masa de la Luna (M_{Lluna}), usamos la ley de gravitación universal:

$$g = \frac{GM_{\text{Lluna}}}{R_{\text{Lluna}}^2}.$$

Despejando M_{Lluna}:

$$M_{\text{Lluna}} = \frac{gR_{\text{Lluna}}^2}{G},$$

donde $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N·m^2/kg^2 es la constante de gravitación universal y $R_{\text{Lluna}} = 1,74 \cdot 10^6$ m es el radio de la Luna. Sustituyendo los valores:

$$M_{\text{Lluna}} = \frac{1,65 \text{ m/s}^2 \cdot (1,74 \cdot 10^6 \text{ m})^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N·m}^2/\text{kg}^2} = 7,50 \cdot 10^{22} \text{ kg}.$$

Por lo tanto, la intensidad del campo gravitatorio en la superficie de la Luna es $1,65$ m/s^2 y la masa de la Luna es $7,50 \cdot 10^{22}$ kg.

b) **Calculeu el període orbital de la Lluna al voltant de la Terra.**

Para calcular el período orbital (T) de la Luna alrededor de la Tierra, utilizamos la tercera ley de Kepler combinada con la ley de gravitación universal:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_{\text{Terra}}}},$$

donde:
- $r = 3,84 \cdot 10^8$ m es la distancia entre la Tierra y la Luna,
- $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N·m^2/kg^2 es la constante de gravitación universal,
- $M_{\text{Terra}} = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg es la masa de la Tierra.

Sustituyendo los valores:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(3,84 \cdot 10^8 \text{ m})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N·m}^2/\text{kg}^2 \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}}} = 2,37 \cdot 10^6 \text{ s}.$$

Convertimos segundos a días:

$$T = \frac{2,37 \cdot 10^6 \text{ s}}{86400 \text{ s/día}} = 27,4 \text{ días}.$$

Por lo tanto, el período orbital de la Luna alrededor de la Tierra es de 27, 4 días.

Problema 7. Campo Electromagnético

Dues càrregues elèctriques puntuals de $-5,0$ μC i $7,0$ μC estan separades 10 cm l'una de l'altra.

a) **Calculeu el camp elèctric (mòdul, direcció i sentit) en un punt a $3,0$ cm de la càrrega negativa i a $7,0$ cm de la càrrega positiva. Aquest punt pertany a la línia que uneix les dues càrregues.**

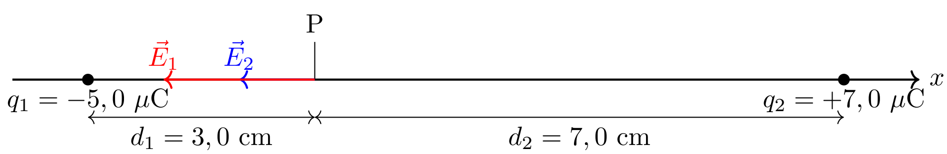
b) **Calculeu en quin punt de la línia que uneix les càrregues el potencial elèctric és nul.**

Dada: $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9$ **N·m²/C².**

Solución:

a) **Calculeu el camp elèctric (mòdul, direcció i sentit) en un punt a $3,0$ cm de la càrrega negativa i a $7,0$ cm de la càrrega positiva. Aquest punt pertany a la línia que uneix les dues càrregues.**

Primero, representamos la situación en un esquema:



En el punto P, a una distancia $d_1 = 3,0$ cm de q_1 y $d_2 = 7,0$ cm de q_2, calcularemos el campo eléctrico debido a cada carga y luego el campo total. Calculamos los módulos de los campos eléctricos. El campo debido a q_1 es:

$$|E_1| = k \cdot \frac{|q_1|}{d_1^2} = 9{,}0 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{5{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(0{,}03\ \text{m})^2} = 5{,}0 \cdot 10^7\ \frac{\text{N}}{\text{C}}.$$

El campo debido a q_2 es:

$$|E_2| = k \cdot \frac{|q_2|}{d_2^2} = 9{,}0 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{7{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{(0{,}07\ \text{m})^2} = 1{,}28 \cdot 10^7\ \frac{\text{N}}{\text{C}}.$$

Como ambos campos eléctricos tienen la misma dirección (a lo largo de la línea que une las cargas) y sentido (hacia la izquierda, desde la carga positiva hacia la negativa), el campo total es la suma de los módulos:

$$|E_{\text{Total}}| = |E_1| + |E_2| = 5{,}0 \cdot 10^7\ \frac{\text{N}}{\text{C}} + 1{,}28 \cdot 10^7\ \frac{\text{N}}{\text{C}} = 6{,}28 \cdot 10^7\ \frac{\text{N}}{\text{C}}.$$

El campo eléctrico total apunta hacia la izquierda a lo largo de la línea que une las cargas, es decir, desde la carga positiva hacia la carga negativa.

Por lo tanto, el campo eléctrico es $\vec{E}_{\text{Total}} = -6{,}28 \cdot 10^7\ \vec{i}\ \dfrac{\text{N}}{\text{C}}$.

b) **Calculeu en quin punt de la línia que uneix les càrregues el potencial elèctric és nul.**

El potencial eléctrico en un punto debido a varias cargas es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga:

$$V_P = V_1 + V_2 = 0,$$

donde:

$$V_1 = k \cdot \frac{q_1}{d},$$

$$V_2 = k \cdot \frac{q_2}{(0{,}10 \text{ m} - d)}.$$

Establecemos la ecuación:

$$k \cdot \frac{q_1}{d} + k \cdot \frac{q_2}{0{,}10 - d} = 0.$$

Podemos simplificar k, ya que es común en ambos términos:

$$\frac{q_1}{d} + \frac{q_2}{0{,}10 - d} = 0.$$

Sustituimos los valores de las cargas (en C):

$$\frac{-5{,}0 \cdot 10^{-6}}{d} + \frac{7{,}0 \cdot 10^{-6}}{0{,}10 - d} = 0.$$

Multiplicamos ambos lados por 10^6 para simplificar:

$$\frac{-5{,}0}{d} + \frac{7{,}0}{0{,}10 - d} = 0.$$

Reescribimos la ecuación:

$$\frac{7{,}0}{0{,}10 - d} = \frac{5{,}0}{d}.$$

Cruzamos multiplicando:

$$7{,}0 \cdot d = 5{,}0 \cdot (0{,}10 - d).$$

Despejamos:

$$7{,}0d = 0{,}5 - 5{,}0d.$$

Sumamos $5{,}0d$ a ambos lados:

$$12{,}0d = 0{,}5.$$

Despejamos d:

$$d = \frac{0{,}5}{12{,}0} = 0{,}0417 \text{ m}.$$

Por lo tanto, el potencial eléctrico es nulo en un punto situado a 4,17 cm de la carga negativa a lo largo de la línea que une las dos cargas.

Problema 8. Física Moderna

Per a obrir i tancar la porta del garatge, disposem d'una cèl·lula fotoelèctrica d'un material alcalí que presenta una funció de treball d'1, 20 eV. Sobre la superfície d'aquest material hi fem incidir llum de diverses longituds d'ona: $\lambda_1 = 1,04\ \mu$m; $\lambda_2 = 0,6\ \mu$m; $\lambda_3 = 0,5\ \mu$m.

a) **Quina freqüència i quina energia (en eV) tenen els fotons incidents en cada cas?**
b) **Representeu en una gràfica l'energia cinètica màxima dels electrons arrencats del fotocàtode en funció de l'energia dels fotons incidents (en eV). Hi ha electrons arrencats en tots els casos? Justifiqueu la resposta.**

Dades:
1 eV $= 1,602 \times 10^{-19}$ J.
$c = 3,00 \times 10^8$ m/s.
$h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s.

Solución:

a) **Quina freqüència i quina energia (en eV) tenen els fotons incidents en cada cas?**

Para calcular la frecuencia (f) y la energía ($E_{\text{fotón}}$) de los fotones incidentes, utilizamos las siguientes fórmulas:

$$f = \frac{c}{\lambda} \qquad \text{y} \qquad E_{\text{fotón}} = h \cdot f,$$

donde:
- λ es la longitud de onda,
- f es la frecuencia calculada mediante $f = c/\lambda$,
- E es la energía del fotón calculada mediante $E = h \cdot f$,
- La conversión de julios a electronvoltios se realiza usando 1 eV $= 1,602 \cdot 10^{-19}$ J.

A continuación, presentamos los cálculos para cada longitud de onda en la siguiente tabla:

λ (μm)	f (Hz)	E (J)	E (eV)
1,04	$2,88 \cdot 10^{14}$	$1,91 \cdot 10^{-19}$	$1,19$
0,6	$5,00 \cdot 10^{14}$	$3,32 \cdot 10^{-19}$	$2,07$
0,5	$6,00 \cdot 10^{14}$	$3,98 \cdot 10^{-19}$	$2,48$

Por lo tanto, las frecuencias y energías de los fotones incidentes son:
- **Para $\lambda_1 = 1,04\ \mu$m:**

$$\boldsymbol{f = 2,88 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}, \quad E_{\text{fotón}} = 1,19\ \text{eV}.}$$

- **Para $\lambda_2 = 0,6\ \mu$m:**

$$\boldsymbol{f = 5,00 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}, \quad E_{\text{fotón}} = 2,07\ \text{eV}.}$$

- **Para $\lambda_3 = 0,5\ \mu$m:**

$$\boldsymbol{f = 6,00 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}, \quad E_{\text{fotón}} = 2,48\ \text{eV}.}$$

b) **Representeu en una gràfica l'energia cinètica màxima dels electrons arrencats del fotocàtode en funció de l'energia dels fotons incidents (en eV). Hi ha electrons arrencats en tots els casos? Justifiqueu la resposta.**

La energía cinética máxima de los electrones arrancados se calcula usando la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{c,max}} = E_{\text{fotón}} - W_e,$$

donde:

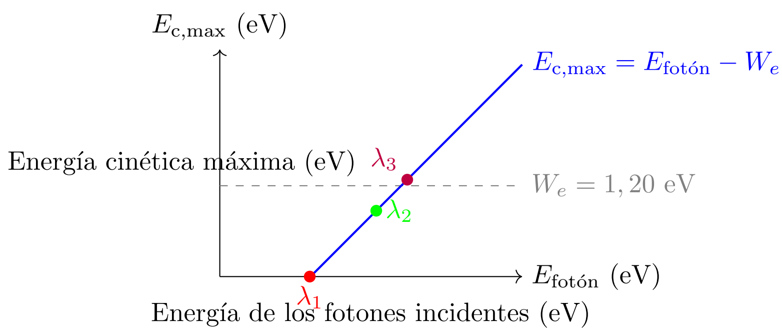
- $E_{\text{c,max}}$ es la energía cinética máxima del electrón,
- $E_{\text{fotón}}$ es la energía del fotón incidente,
- W_e es la función de trabajo del material, en este caso $W_e = 1,20$ eV.

A continuación, calculamos $E_{\text{c,max}}$ para cada caso:

- Para $\lambda_1 = 1,04\ \mu$m:
$$E_{\text{c,max}} = 1,19 \text{ eV} - 1,20 \text{ eV} = -0,01 \text{ eV}.$$
Dado que la energía cinética no puede ser negativa, esto indica que no se arrancan electrones para esta longitud de onda.
- Para $\lambda_2 = 0,6\ \mu$m:
$$E_{\text{c,max}} = 2,07 \text{ eV} - 1,20 \text{ eV} = 0,87 \text{ eV}.$$
Se arrancan electrones con una energía cinética máxima de $0,87$ eV.
- Para $\lambda_3 = 0,5\ \mu$m:
$$E_{\text{c,max}} = 2,48 \text{ eV} - 1,20 \text{ eV} = 1,28 \text{ eV}.$$
Se arrancan electrones con una energía cinética máxima de $1,28$ eV.

λ (μm)	E (eV)	$E_{\text{c,max}}$ (eV)
1,04	$1,19$	–
0,6	$2,07$	$0,87$
0,5	$2,48$	$1,28$

Entonces, solo se arrancan electrones para las longitudes de onda λ_2 y λ_3, ya que la energía de los fotones incidentes en estos casos supera la función de trabajo del material.



Por lo tanto, la solución es:

- **No se arrancan electrones para $\lambda_1 = 1,04\ \mu$m ya que la energía de los fotones incidentes ($1,19$ eV) es igual a la función de trabajo ($1,20$ eV).**
- **Se arrancan electrones para $\lambda_2 = 0,6\ \mu$m y $\lambda_3 = 0,5\ \mu$m ya que la energía de los fotones incidentes supera la función de trabajo del material.**